

ESERCIZI UNITA' C – SOMMARIO

- C. PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA E SISTEMI CHIUSI**
- C.I. Trasformazione isocora di gas ideale**
- C.II. Trasformazione isocora di gas ideale: vano congelatore**
- C.III. Trasformazione isocora di gas ideale: cabinet per apparecchiature elettroniche**
- C.IV. Trasformazione isoterma di gas ideale**
- C.V. Trasformazione isobara di gas ideale**
- C.VI. Trasformazione isobara di gas reale**
- C.VII. Trasformazione politropica di gas ideale**
- C.VIII. * Ciclo chiuso di un gas ideale**
- C.IX. * Ciclo chiuso di un gas ideale (2)**
- C.X. Calore specifico di un materiale solido**
- C.XI. Calore specifico di solidi e liquidi**
- C.XII. Calore specifico di solidi e liquidi e calore latente di fusione: FDR**
- C.XIII. Calore specifico di solidi e liquidi e calore latente di fusione: bibita con ghiaccio**

C.I. Trasformazione isocora di gas ideale– Problema

Una quantità di aria secca (cioè priva di umidità) con massa 55 g, pressione iniziale 1.00 bar e temperatura iniziale 27°C, contenuta in un recipiente chiuso e indeformabile, viene riscaldata fino ad una temperatura di 200°C.

Determinare il volume e la pressione finale dell'aria, assimilandola ad un gas ideale (o perfetto). Inoltre, calcolare l'energia meccanica e l'energia termica (lavoro e calore) scambiate durante la trasformazione, assumendo che il valore del calore specifico a volume costante dell'aria non vari significativamente con la temperatura e sia circa pari a 0.73 kJ/(kg·K).

– Dati

Sostanza: aria secca

$$m = 55 \text{ g} = 0.055 \text{ kg}$$

$$p_1 = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

recipiente chiuso e indeformabile $\Rightarrow 1 \rightarrow 2$) Trasformazione isocora $\Rightarrow V_2 = V_1$

$$T_2 = 200^\circ\text{C} = 473 \text{ K}$$

$$c_v = 0.73 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 730 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

– Determinare

Volume finale (V_2), pressione finale (p_2), energia meccanica scambiata (L_{12}), energia termica scambiata (Q_{12}).

– Ipotesi

Recipiente perfettamente chiuso ed indeformabile, aria gas ideale.

– Soluzione

La trasformazione è, evidentemente, isocora: il volume del recipiente in cui è contenuta l'aria, chiuso e indeformabile, non cambia durante il riscaldamento. Pertanto, il volume iniziale dell'aria è pari al volume finale, e lo stesso vale per i volumi specifici iniziale e finale.

La costante di gas ideale dell'aria secca si può ricavare dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 0.2870 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 287.0 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

Il volume specifico iniziale (nello stato 1), coincidente con quello finale (nello stato 2), si ricava mediante l'equazione di stato dei gas ideali:

$$v_1 \equiv v_2 = RT_1 / p_1 = 0.861 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Il volume totale, costante, vale:

$$V_1 \equiv V_2 = mv_1 = 0.047 \text{ m}^3$$

La pressione finale (nello stato 2) è pari a:

$$p_2 = RT_2 / v_2 = 158 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 158 \text{ kPa}$$

Per ciò che concerne l'energia meccanica e l'energia termica scambiate, il primo principio della termodinamica permette di scrivere, in termini di quantità specifiche,

$$\Delta u_{12} = q_{12} - \ell_{12} = q_{12} - \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

ovvero, in termini di quantità totali,

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - L_{12} = Q_{12} - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Essendo nulla la variazione di volume (sia specifico che totale), il lavoro scambiato di tipo meccanico è necessariamente nullo:

$$\int_{V_1}^{V_2} p dV = 0 \Rightarrow \Delta U_{12} = Q_{12}$$

Non è invece nullo il calore scambiato. A tal riguardo, il calore specifico a volume costante è definito come segue:

$$c_v = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_{v=\text{cost}}$$

L'energia interna specifica di un gas ideale dipende solo dalla temperatura, perciò la sua derivata parziale a volume costante rispetto alla temperatura coincide con la derivata totale:

$$c_v = \frac{du}{dT} \Rightarrow \Delta U_{12} = m \Delta u_{12} = m \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT$$

Essendo costante per ipotesi il c_v dell'aria (tale approssimazione è in generale accettabile per variazioni ridotte di temperatura, potendosi in tal caso utilizzare il valore medio di c_v nell'intervallo di variazione), l'energia termica complessivamente scambiata durante la trasformazione in esame si può valutare come segue:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = m \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \cong m c_{v,\text{medio}} (T_2 - T_1) = 6946 \text{ J} = 6.9 \text{ kJ}$$

Come logico, il calore scambiato è positivo, quindi fornito alla massa di aria.

– Commenti

L'aria può essere assimilata ad un gas ideale durante tutta la trasformazione, essendo la pressione sempre molto inferiore a quella di punto critico, pari a 3.77 MPa,.

I calori specifici a pressione costante e a volume costante dipendono in generale dalla temperatura, ma in presenza di escursioni termiche limitate si possono assumere costanti e pari al loro valore medio nell'intervallo di variazione.

C.II. Trasformazione isocora di gas ideale: vano congelatore

– Problema

Lo scomparto congelatore di un frigorifero domestico presenta dimensioni interne 50 cm x 30 cm x 40 cm (larghezza x altezza x profondità). Durante le operazioni di riempimento, negli spazi vuoti del vano si va ad inserire aria in condizioni ambiente tipiche (per un'abitazione, temperatura 25°C e pressione 1 bar). Una volta chiuso il portello, la temperatura dell'aria si porta rapidamente al valore di esercizio del vano, ad esempio -18°C per un congelatore ***.

Per effetto di tale raffreddamento si ha che, se le guarnizioni di tenuta del portello mantengono il vano ben sigillato, la pressione dell'aria all'interno del vano stesso scende al di sotto del valore ambiente.

Assumendo che il vano sia riempito per il 25% del volume da alimenti congelati, determinare la pressione che si instaura al suo interno dopo che l'aria, da considerarsi secca, si è completamente raffreddata.

– Dati

Sostanza: aria secca

$L_A = 50 \text{ cm} = 0.50 \text{ m}$ (larghezza vano)

$L_B = 30 \text{ cm} = 0.30 \text{ m}$ (altezza vano)

$L_C = 40 \text{ cm} = 0.40 \text{ m}$ (profondità vano)

$r = 25\% = 0.25$ (frazione di riempimento)

$p_1 \equiv p_{\text{atm}} = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$T_1 \equiv T_{\text{atm}} = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$

$T_2 = -18^\circ\text{C} = 255 \text{ K}$

– Determinare

Pressione finale (p_2).

– Ipotesi

Vano congelatore perfettamente sigillato, pareti del vano indeformabili, aria gas ideale.

– Soluzione

Poiché, dopo la chiusura, la configurazione interna del vano congelatore non varia, la trasformazione può essere considerata isocora. Il volume della parte di vano occupata dall'aria, identico ad inizio (stato 1) e fine (stato 2) del transitorio di raffreddamento, si calcola come segue:

$$V_1 \equiv V_2 = (1-r)L_A L_B L_C = (1-0.25) \cdot 0.50 \cdot 0.30 \cdot 0.40 = 0.045 \text{ m}^3$$

Se l'aria non trafile attraverso le guarnizioni, il vano può essere considerato un sistema chiuso. La massa di aria al suo interno può essere calcolata mediante l'equazione di stato dei gas ideali, in cui vanno introdotti i valori iniziali (nello stato 1) delle proprietà termodinamiche e la costante di gas perfetto R, che per l'aria è pari a 287 kJ/(kg·K):

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{1.00 \cdot 10^5 \cdot 0.045}{287 \cdot 298} = 0.0526 \text{ kg}$$

Sempre mediante l'equazione di stato è possibile stimare la pressione finale dell'aria (stato 2):

$$p_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{0.0526 \cdot 287 \cdot 255}{0.045} = 85578 \text{ Pa} = 0.86 \text{ bar}$$

– Commenti

La forza risultante delle pressioni sul portello frontale del vano congelatore, F_p , è data dal bilancio delle forze di pressione esterne ed interne. Dalla definizione di pressione (forza normale per unità di superficie) si desume che, al termine del raffreddamento dell'aria:

$$F_p = p_{\text{atm}} L_A L_B - p_2 L_A L_B \equiv (p_1 - p_2) L_A L_B = 2163 \text{ N}$$

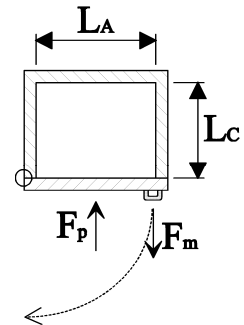
La forza F_p si può considerare applicata nel baricentro del portello. Supponendo che la maniglia di apertura sia posta all'estremità laterale del portello, si verifica facilmente che il momento della forza F_m da esercitare sulla maniglia stessa deve vincere il momento della forza F_p risultante delle pressioni:

$$F_m L_A = F_p L_A / 2$$

Da ciò si ricava che F_m vale:

$$F_m = F_p / 2 = 1082 \text{ N} = 1.1 \text{ kN}$$

Lo sforzo è considerevole: quand'anche si riuscisse ad applicarlo, si andrebbero a sollecitare notevolmente la maniglia ed i cardini del portello (i quali, per inciso, devono essere soggetti ad una forza uguale a quella applicata alla maniglia onde garantire l'equilibrio alla traslazione). In effetti, il portello non è mai a perfetta tenuta e la depressione interna riesce a richiamare aria dall'esterno, attraverso le fessure tra le guarnizioni, fino a che la pressione interna non torna uguale al valore atmosferico. È tuttavia esperienza comune che, per qualche decina di secondi dopo la chiusura, la riapertura di un vano congelatore risulta difficoltosa.



C.III. Trasformazione isocora di gas ideale: cabinet per apparecchiature elettroniche

– Problema

Un cabinet per apparecchiature elettroniche è costituito da un vano sigillato con dimensioni interne 450 mm x 1500 mm x 400 mm (larghezza x altezza x profondità). All'interno del vano si trovano apparecchiature elettroniche con sviluppo volumetrico e capacità termica trascurabili, alimentate in corrente continua e con tensione di alimentazione 12 V. Tali apparecchiature assorbono 11.6 A in condizioni di carico massimo. Al momento dell'avviamento, il vano è occupato da aria in condizioni ambiente tipiche (temperatura 25°C, pressione 1 bar).

Determinare la massa di aria contenuta nel cabinet. Determinare inoltre in quanto tempo si raggiungerebbe la massima temperatura ammissibile dall'elettronica, pari a 80°C, in condizioni di carico massimo.

– Dati

Sostanza: aria secca

$L_A = 450 \text{ mm} = 0.450 \text{ m}$ (larghezza)

$L_B = 1500 \text{ mm} = 1.500 \text{ m}$ (altezza)

$L_C = 400 \text{ mm} = 0.400 \text{ m}$ (profondità)

$r = 0$ (frazione di riempimento)

$p_1 = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$T_1 \equiv T_{\text{amb}} = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$

$T_2 \equiv T_{\text{max}} = 80^\circ\text{C} = 353 \text{ K}$

$\Delta V_{\text{cc}} = 12 \text{ V}$

$$I_{cc} = 11.6 \text{ A}$$

– Determinare

Massa di aria (m), tempo di raggiungimento della temperatura massima ammissibile (Δt_{12}).

– Ipotesi

Cabinet sigillato e con pareti indeformabili, sviluppo volumetrico e capacità termica delle apparecchiature elettroniche trascurabili, aria gas ideale.

– Soluzione

Poiché le pareti del cabinet sono indeformabili, il volume interno non varia dopo la chiusura. Pertanto, se l'aria non trafile attraverso le guarnizioni, il cabinet è assimilabile ad un sistema chiuso in cui l'aria subisce una trasformazione isocora.

Lo sviluppo volumetrico delle apparecchiature elettroniche alloggiate nel cabinet è per ipotesi trascurabile, perciò il volume interno occupato dall'aria, costante durante il transitorio di riscaldamento, si può stimare come segue:

$$V_1 \equiv V_2 \cong (1-r)L_A L_B L_C \equiv L_A L_B L_C = 0.270 \text{ m}^3$$

La massa dell'aria può essere calcolata mediante l'equazione di stato dei gas ideali, in cui si introducono i valori iniziali (stato 1) delle proprietà termodinamiche e la costante di gas perfetto $R = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ dell'aria (secca):

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{1.00 \cdot 10^5 \cdot 0.270}{287 \cdot 298} = 0.316 \text{ kg}$$

Data la variazione di temperatura relativamente limitata, per il calore specifico a volume costante dell'aria si può assumere un valore pari a circa $720 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ costanti (valore medio nell'intervallo di variazione della temperatura, ricavabile dalle tabelle in appendice ai manuali). Si può così stimare l'energia termica (calore) assorbita dall'aria per portare la sua temperatura dal valore iniziale (stato 1) al valore massimo tollerabile dall'elettronica (stato 2) sulla base del primo principio della termodinamica (con lavoro nullo in quanto è nulla la variazione di volume):

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \Delta U_{12} = m \Delta u_{12} = m \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \cong mc_{v,\text{medio}} (T_2 - T_1) \equiv \\ &\equiv mc_{v,\text{medio}} (T_{\text{max}} - T_{\text{amb}}) = 0.316 \cdot 720 \cdot (353 - 298) = 12513 \text{ J} = 12.5 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Assumendo che le pareti siano adiabatiche, l'unica sorgente termica con cui l'aria nel cabinet scambia calore è costituita dalle apparecchiature elettroniche. In assenza di emissioni di energia elettromagnetica verso l'esterno, la massima potenza termica rilasciata da dette apparecchiature è data dalla integrale dissipazione in calore (per effetto Joule) della potenza elettrica assorbita, che in condizioni di carico massimo vale:

$$\dot{Q} = \Delta V_{cc} I_{cc} = 12 \cdot 11.6 = 139 \text{ W}$$

In definitiva, il tempo in cui si raggiungerebbe nel cabinet la temperatura massima ammissibile può essere stimato come il rapporto tra energia termica da fornire all'aria e potenza termica, costante, rilasciata dalle apparecchiature elettroniche:

$$\Delta t_{12} = Q_{12} / \dot{Q} = 89.8 \text{ s} \cong 1.5 \text{ min}$$

– Commenti

Le pareti del cabinet non sono in realtà adiabatiche, ma trasmettono calore all'ambiente esterno (per conduzione, convezione e irraggiamento) in misura proporzionale alla differenza di temperatura tra aria interna e aria ambiente. Tuttavia, la temperatura interna alla quale la potenza termica trasmessa attraverso le pareti va ad equilibrare quella prodotta internamente per effetto delle dissipazioni elettriche può essere molto elevata, motivo per cui è quasi sempre opportuno ventilare.

C.IV. Trasformazione isoterma di gas ideale– Problema

Aria secca con stato iniziale caratterizzato da volume occupato 110 dm^3 , pressione 1.00 bar e temperatura 40°C subisce una compressione isoterma, al termine della quale il volume occupato si è ridotto a 11 dm^3 .

Determinare la massa, la densità iniziale e la pressione finale dell'aria. Inoltre, calcolare l'energia meccanica e l'energia termica (lavoro e calore) scambiate durante la trasformazione.

– Dati

Sostanza: aria secca

$$V_1 = 110 \text{ dm}^3 = 0.110 \text{ m}^3$$

$$p_1 = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \rightarrow 2) \text{ Trasformazione isoterma} \Rightarrow T_2 = T_1$$

$$T_1 \equiv T_2 = 40^\circ\text{C} = 313 \text{ K}$$

$$V_2 = 11 \text{ dm}^3 = 0.011 \text{ m}^3$$

$$c_p = 1.006 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 1006 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

– Determinare

Massa (m), densità iniziale (ρ_1) e pressione finale (p_2) dell'aria, lavoro (L_{12}) e calore (Q_{12}) scambiati durante la trasformazione.

– Ipotesi

Gas ideale.

– Soluzione

La costante di gas perfetto dell'aria secca si ricava dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 0.2870 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 287.0 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

La massa si ricava tramite l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = 0.122 \text{ kg}$$

La densità massica iniziale (stato 1) si ricava attraverso la sua definizione:

$$\rho_1 = m/V_1 = 1.113 \text{ kg}/\text{m}^3$$

La pressione finale (stato 2) si ricava anch'essa tramite l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_2 = mRT_2 / V_2 = 1.0 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 10 \text{ bar}$$

L'energia meccanica (lavoro) complessivamente scambiata durante la trasformazione, isoterma, è pari a:

$$L_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{mRT}{V} \right) dV = mRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -25328 \text{ J} = -25 \text{ kJ}$$

Il risultato numerico è negativo in quanto l'energia meccanica viene fornita al fluido processato (lavoro di compressione).

L'energia interna di un gas perfetto dipende solo dalla sua temperatura e pertanto non varia ($\Delta U_{12}=0$) durante la trasformazione in esame, essendo detta trasformazione isoterma. Dal primo principio si ottiene quindi che l'energia termica (calore) scambiata vale:

$$Q_{12} = L_{12} = -25 \text{ kJ}$$

L'energia termica è negativa in quanto deve essere ceduta dal fluido. In altre parole, per mantenere l'aria a temperatura costante è necessario raffreddarla.

– Commenti

Le condizioni di pressione e temperatura sono tali che l'aria può considerarsi un gas ideale durante tutta la trasformazione.

C.V. Trasformazione isobara di gas ideale

– Problema

Una quantità di aria secca, inizialmente contenuta in un volume di 24 L a pressione di 1 bar e temperatura 300 K, subisce una trasformazione isobara, al termine della quale si viene a trovare a temperatura 800 K.

Determinare la massa dell'aria, assimilandola ad un gas ideale. Inoltre, calcolare il lavoro ed il calore scambiati durante la trasformazione, assumendo che il calore specifico a pressione costante dell'aria non vari significativamente con la temperatura e che il suo valore sia pari a 1.052 kJ/(kg·K).

– Dati

Sostanza: aria (secca)

$$V_1 = 24 \text{ L} = 0.024 \text{ m}^3$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$1 \rightarrow 2) \text{ Trasformazione isobara} \Rightarrow p_2 = p_1$$

$$p_1 \equiv p_2 = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 800 \text{ K}$$

$$c_p = 1.052 \text{ kJ/(kg·K)} = 1052 \text{ J/(kg·K)}$$

– Determinare

Massa (m), lavoro (L_{12}) e calore (Q_{12}) scambiati.

– Ipotesi

Gas ideale.

– Soluzione

Si può verificare agevolmente che i valori di temperatura e pressione dell'aria sono compatibili con l'ipotesi di gas ideale.

La costante di gas perfetto ideale si ricava dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 0.2870 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 287.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

La massa dell'aria si ricava tramite l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{1.00 \cdot 10^5 \cdot 0.024}{287.0 \cdot 300} = 0.0279 \text{ kg}$$

Per determinare il lavoro scambiato durante la trasformazione, occorre prima determinare il volume finale. Anche questo si ricava mediante l'equazione di stato:

$$V_2 = \frac{mRT_2}{p_2} = \frac{0.0279 \cdot 287.0 \cdot 800}{1.00 \cdot 10^5} = 0.064 \text{ m}^3$$

Il fluido subisce dunque un'espansione ($V_2 > V_1$). Il lavoro scambiato durante la trasformazione (isobara) vale:

$$L_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 \int_{V_1}^{V_2} dV = p_1 (V_2 - V_1) = 1.00 \cdot 10^5 \cdot (0.064 - 0.024) = 4000 \text{ J} = 4.0 \text{ kJ}$$

Il risultato è positivo, perciò il lavoro è ceduto dal fluido.

Per stimare il calore scambiato durante la trasformazione, va rammentato che il calore specifico a pressione costante è definito come segue:

$$c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{p=\text{cost}}$$

Per un gas ideale, l'entalpia specifica dipende solo dalla temperatura e non dalla pressione:

$$h = u(T) + pv = u(T) + RT \Rightarrow h = h(T)$$

Se ne desume che:

$$c_p = \frac{dh}{dT} \Rightarrow \Delta H_{12} = m\Delta h_{12} = m \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT$$

Avendo per ipotesi approssimato a costante il c_p dell'aria (l'approssimazione è in generale accettabile per variazioni ridotte di temperatura, potendosi in tal caso utilizzare il valore medio di c_p nell'intervallo di variazione), il calore complessivamente scambiato durante la trasformazione in esame si può valutare come segue:

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \Delta H_{12} + \int_{p_1}^{p_2} V dp \equiv \Delta H_{12} = m\Delta h_{12} = m \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT \cong mc_{p,\text{medio}} (T_2 - T_1) = \\ &= 0.0279 \cdot 1052 \cdot (800 - 300) = 14662 \text{ J} = 14.7 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Il risultato è positivo, perciò il calore è assorbito dal fluido.

– Commenti

Le condizioni di pressione e temperatura sono tali che l'aria può considerarsi un gas ideale durante tutta la trasformazione.

Per un sistema semplice, il primo principio può essere espresso nelle seguenti formulazioni, tra loro equivalenti:

$$\begin{aligned} du &= \delta q - \delta l = \delta q - p dv \Leftrightarrow dh = d(u + pv) = \delta q + v dp \\ dU &= \delta Q - \delta L = \delta Q - p dV \Leftrightarrow dH = d(U + pV) = \delta Q + V dp \\ \Delta u &= q - \int_{v_1}^{v_2} p dv \Leftrightarrow \Delta h = q + \int_{p_1}^{p_2} v dp \\ \Delta U &= Q - \int_{V_1}^{V_2} p dV \Leftrightarrow \Delta H = Q + \int_{p_1}^{p_2} V dp \end{aligned}$$

C.VI. Trasformazione isobara di gas reale

– Problema

Una quantità di vapore d'acqua surriscaldato, inizialmente a temperatura 1000°C e volume specifico 0.0196 m³/kg, subisce una trasformazione isobara, al termine della quale si trova a 505°C. Determinare la pressione iniziale ed il volume specifico finale.

– Dati

Sostanza: acqua

$$T_1 = 1000^\circ\text{C} = 1273 \text{ K}$$

$$v_1 = 0.0196 \text{ m}^3/\text{kg}$$

1→2) Trasformazione isobara $\Rightarrow p_2 = p_1$

$$T_2 = 505^\circ\text{C} = 778 \text{ K}$$

– Determinare

Pressione iniziale (p_1), volume specifico finale (v_2).

– Ipotesi

(Gas reale).

– Soluzione

La costante di gas perfetto dell'acqua si ricava dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 0.4615 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 461.5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

La pressione iniziale, coincidente con quella finale poiché la trasformazione è isobara, si ricava tramite l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_1 \equiv p_2 = RT_1 / v_1 = 29.9 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 29.9 \text{ MPa}$$

Per verificare se si ha a che fare con un gas ideale, si devono verificare i valori di temperatura ridotta e pressione ridotta. A tal riguardo, si ricava da tabella che la temperatura e la pressione di punto critico dell'acqua sono pari a:

$$p_c = 22.09 \text{ MPa} = 22.09 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$T_c = 647.3 \text{ K}$$

La temperatura ridotta e la pressione ridotta nello stato iniziale sono pari a:

$$p_{r,1} = p_1 / p_c = 1.357$$

$$T_{r,1} = T_1 / T_c = 1.967 \cong 2$$

La temperatura ridotta è con buona approssimazione compatibile con l'ipotesi di gas ideale ($T \cong 2T_c$). Il valore stimato per la pressione iniziale può quindi ritenersi attendibile.

Al termine della trasformazione (isobara) si ha, invece:

$$p_{r,2} \equiv p_{r,1} = 1.357$$

$$T_{r,2} = T_2 / T_c = 1.202$$

Sia la pressione ridotta che la temperatura ridotta non sono stavolta compatibili con l'ipotesi di gas ideale. Occorre quindi, per determinare il volume specifico finale, determinare il fattore di compressibilità tramite gli appositi diagrammi, reperibili in appendice ai manuali. Se ne ricava:

$$Z_2 = Z_2(p_{r,2}, T_{r,2}) = 0.71$$

Il volume specifico finale si può ora determinare mediante l'equazione di stato dei gas reali:

$$v_2 = Z_2 RT_2 / p_2 = 0.00851 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

– Commenti

Se le condizioni di un gas sono tali che questo può essere considerato ideale, i diagrammi del fattore di compressibilità ne restituiscono un valore unitario ($Z \cong 1$).

C.VII. Trasformazione politropica di gas ideale

– Problema

Una quantità di metano, inizialmente a pressione 1.00 bar e temperatura 27°C, subisce una trasformazione politropica con esponente della trasformazione 1.3, al termine della quale la pressione è stata innalzata a 2.50 bar.

Determinare il volume specifico iniziale, la temperatura finale ed il lavoro specifico scambiato.

– Dati

Sostanza: metano

$$p_1 = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$1 \rightarrow 2) \text{ Trasformazione politropica} \Rightarrow p_2 v_2^n = p_1 v_1^n$$

$$n \equiv n_{1 \rightarrow 2} = 1.3$$

$$p_2 = 2.50 \text{ bar} = 2.50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

– Determinare

Volume specifico iniziale (v_1) e temperatura finale (T_2) del metano, lavoro specifico scambiato (ℓ_{12}).

– Ipotesi

Gas ideale.

– Soluzione

La pressione ridotta $p_r = p/p_c$ si mantiene sempre $\ll 1$, tale quindi da poter considerare il gas perfetto. La costante di gas perfetto del metano si ricava dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 0.5182 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 518.2 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Il volume specifico iniziale può essere determinato mediante l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$v_1 = RT_1 / p_1 = 1.555 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Il volume specifico finale si calcola sfruttando l'equazione della politropica:

$$v_2 = v_1 (p_1/p_2)^{1/n} = 0.769 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

La temperatura al termine della trasformazione è calcolata mediante l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_2 = p_2 v_2 / R = 371 \text{ K} = 98^\circ\text{C}$$

Il lavoro specifico scambiato durante una trasformazione politropica di gas ideale può essere calcolato come segue:

$$\ell_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} p \frac{v^n}{v^n} dv = (pv^n)_{1,2} \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} dv = (pv^n)_{1,2} \frac{v_2^{1-n} - v_1^{1-n}}{1-n} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-n}$$

Nel caso in esame, si ottiene:

$$\ell_{12} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-n} = \frac{2.50 \cdot 10^5 - 1.00 \cdot 10^5}{1-1.3} = -122082 \text{ J} = -122 \text{ kJ/kg}$$

Il risultato è negativo, perciò il lavoro è fornito al fluido.

– Commenti

Il lavoro totale si calcola moltiplicando il lavoro specifico per la massa di fluido processata, oppure mediante la relazione:

$$L_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n}$$

Un caso particolare di trasformazione politropica è la trasformazione adiabatica, in cui l'esponente n è pari al rapporto tra i calori specifici a pressione costante e volume costante del fluido processato.

C.VIII. * Ciclo chiuso di un gas ideale– Problema

Una quantità di aria secca subisce un processo ciclico che prevede, nell'ordine, una trasformazione isocora, una trasformazione isoterma e una trasformazione isobara. Inizialmente l'aria è caratterizzata da volume 0.500 L, pressione 1.00 bar e temperatura 27°C, mentre al termine della prima trasformazione la pressione sale a 7.00 bar.

Determinare la massa dell'aria e pressione, volume specifico e temperatura al termine di ogni trasformazione. Inoltre, rappresentare qualitativamente il ciclo su un diagramma p-v.

– Dati

1→2) Trasformazione isocora ⇒ $v_2 = v_1$ ($V_2 = V_1$)

2→3) Trasformazione isoterma ⇒ $T_3 = T_2$

3→1) Trasformazione isobara ⇒ $p_1 = p_3$

$V_1 \equiv V_2 = 0.500 \text{ L} = 0.500 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$p_1 \equiv p_3 = 1.00 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$

$p_2 = 7.00 \text{ bar} = 7.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

– Determinare

$m, v_1, v_2, T_2, p_3, v_3, T_3.$

– Ipotesi

Gas ideale.

– Soluzione

La costante di gas perfetto dell'aria secca si ricava dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 0.2870 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 287.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

L'equazione di gas perfetto restituisce il seguente valore del volume specifico iniziale:

$$v_1 = RT_1 / p_1 = 0.861 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

La massa d'aria processata vale pertanto:

$$m = V_1 / v_1 = 0.000580 \text{ kg} = 580 \text{ mg}$$

Per la temperatura alla fine della trasformazione isocora ($v_2 = v_1$) si ha che:

$$T_2 = p_2 v_2 / R = 2101 \text{ K}$$

Lo stato al termine della seconda trasformazione è caratterizzato dal fatto che tale trasformazione è isoterma ($T_3 = T_2$), mentre la trasformazione che riporta l'aria allo stato iniziale è isobara ($p_3 = p_1$). Il volume specifico è infine dato dalla relazione:

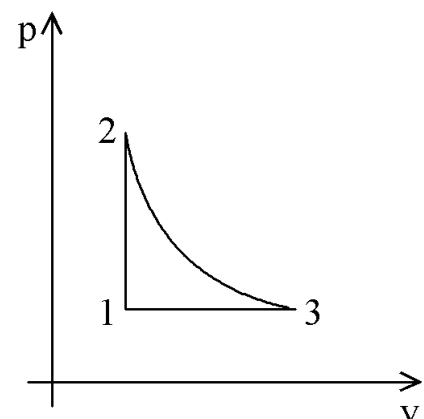
$$v_3 = RT_3 / p_3 = 6.03 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Il volume finale è pari a:

$$V_3 = m v_3 = 0.0035 \text{ m}^3$$

I valori delle proprietà termodinamiche richieste sono raccolti nella tabella seguente:

Posizione	p (Pa)	v (m ³ /kg)	T (K)
1	$1.00 \cdot 10^5$	0.861	300
2	$7.00 \cdot 10^5$	0.861	2101
3	$1.00 \cdot 10^5$	6.03	2101



La rappresentazione qualitativa del ciclo nel diagramma p-v è quella riportata a lato.

– Commenti

Note le trasformazioni e gli stati all'inizio e alla fine di queste, è possibile valutare il lavoro ed il calore scambiati nelle varie fasi del ciclo e, quindi, determinare il rendimento del ciclo stesso.

C.IX. * Ciclo chiuso di un gas ideale (2)

– Problema

Una quantità di idrogeno (H_2) subisce un processo ciclico che prevede, nell'ordine, una trasformazione politropica con esponente 1.1, una trasformazione adiabatica ed una trasformazione isobara. Inizialmente, l'idrogeno è caratterizzato da temperatura $-35^\circ C$, mentre al termine della prima trasformazione la temperatura sale a $-20^\circ C$ e la densità è pari a 0.040 kg/m^3 .

Si determinino pressione, volume specifico e temperatura al termine di ogni trasformazione. Si rappresenti qualitativamente il ciclo su un diagramma p-v.

– Dati

1→2) Trasformazione politropica $\Rightarrow p_2 v_2^n = p_1 v_1^n$

$n \equiv n_{1 \rightarrow 2} = 1.1$

2→3) Trasformazione adiabatica

3→1) Trasformazione isobara $\Rightarrow p_1 = p_3$

$T_1 = -35^\circ C = 238 \text{ K}$

$T_2 = -20^\circ C = 253 \text{ K}$

$\rho_2 = 0.040 \text{ kg/m}^3$

$p_2 = 7.00 \text{ bar} = 7.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

– Determinare

$p_1, v_1, p_2, v_2, p_3, v_3, T_3$.

– Ipotesi

Gas ideale.

– Soluzione

La costante di gas perfetto dell'idrogeno si ricava dalle tabelle in appendice ai manuali:

$$R = 4.1240 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 4124.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Il volume specifico al termine della prima trasformazione (stato 2) è pari a:

$$v_2 = 1/\rho_2 = 25.0 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Il volume specifico all'inizio della prima trasformazione (stato 1) si può stimare tenendo presente che la trasformazione è una politropica di gas ideale con $n=1.1$. Si ha pertanto che:

$$v_1 = v_2 (T_2/T_1)^{1/(n-1)} = 46.05 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La pressione all'inizio della prima trasformazione vale:

$$p_1 = RT_1/v_1 = 21328 \text{ Pa} = 21.3 \text{ kPa}$$

La pressione al termine della prima trasformazione vale:

$$p_2 = RT_2/v_2 = 41760 \text{ Pa} = 41.8 \text{ kPa}$$

Il volume specifico al termine della seconda trasformazione (stato 3) può essere ricavato considerando che tale trasformazione è adiabatica e, quindi, tale che:

$$p_2 v_2^k = p_3 v_3^k$$

in cui k è il rapporto tra calore specifico a pressione costante e calore specifico a volume costante dell'idrogeno. I valori di tali proprietà si possono sempre ricavare dalle tabelle in appendice ai manuali, utilizzando in prima approssimazione i valori a temperatura ambiente:

$$c_p = 14.307 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$c_v = 10.183 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Il loro rapporto è pari a:

$$k = c_p / c_v = 1.405$$

Pertanto, si ottiene:

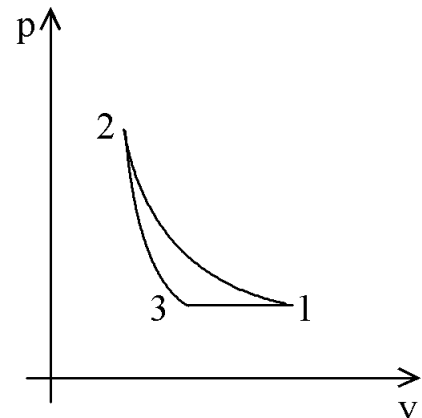
$$v_3 = v_2 (p_2/p_3)^{1/k} = 40.3 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Infine, si ha:

$$T_3 = p_3 v_3 / R = 209 \text{ K}$$

I valori delle proprietà richieste sono raccolti nella tabella sottostante:

Posizione	p (kPa)	v (m ³ /kg)	T (K)
1	21.3	46.0	238
2	41.8	25.0	253
3	21.3	40.3	209



La rappresentazione qualitativa del ciclo nel diagramma p-v è quella riportata a lato.

C.X. Calore specifico di un materiale solido

– Problema

Ai fini dell'applicazione di un trattamento termico, la temperatura di un manufatto con massa 3.4 kg deve essere portata dal valore ambiente, pari a 27°C, fino ad un valore finale di 640°C. Il manufatto è realizzato in una lega metallica, il cui calore specifico, che si assume pressoché

indipendente dalla temperatura, è pari a $480 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$. Il processo di riscaldamento avviene in atmosfera. Stimare l'energia termica (calore) da fornire al manufatto.

– Dati

$$m_m = 3.4 \text{ kg}$$

$$c_m = 480 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$$

$$T_i = T_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$T_f = T_2 = 640^\circ\text{C}$$

– Determinare

Energia termica da fornire (Q_{if}).

– Ipotesi

Proprietà indipendenti dalla temperatura, trasformazione isobara.

– Soluzione

Per i materiali solidi, il calore specifico a pressione costante è praticamente coincidente con quello a volume costante. Lo stesso vale per i liquidi. Infatti, solidi e liquidi sono pressoché incompressibili.

Per una sostanza incompressibile, l'energia interna dipende solo dalla temperatura ed il volume specifico è costante ($v = \text{cost}$), quindi

$$c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{p=\text{cost}} \equiv \left. \frac{\partial [u(T) + pv]}{\partial T} \right|_{p=\text{cost}} = \frac{du}{dT} + \left. \frac{\partial (pv)}{\partial T} \right|_{p=\text{cost}} = \frac{du}{dT} \equiv \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_{v=\text{cost}} = c_v$$

ove, a pressione costante, il prodotto pv è pure costante, essendo costante v . Si ha quindi che i calori specifici a pressione costante e a volume costante coincidono tra loro e, di conseguenza, alle sostanze incompressibili è possibile associare un unico valore del calore specifico, c .

$$c_p = c_v = c$$

Nel caso in esame, il primo principio della termodinamica permette di formulare la seguente relazione:

$$\Delta H_{if} = Q_{if} + \int_{p_i}^{p_f} v dp$$

Non avendo alcuna indicazione in contrario, è lecito assumere costante la pressione atmosferica e, di conseguenza, considerare isobaro il processo di riscaldamento del manufatto in esame, che per ipotesi avviene in atmosfera aperta. Pertanto, l'integrale a secondo membro nell'equazione precedente è nullo, quindi l'energia termica da fornire al componente metallico è pari alla sua variazione di entalpia:

$$Q_{if} = \Delta H_{if} = m_m \Delta h_{if}$$

Essendo la trasformazione isobara, si ha che

$$c_m = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{p=\text{cost}} \equiv \frac{dh}{dT} \Rightarrow dh = c_m dT$$

ove c_m è il calore specifico della lega metallica, per ipotesi indipendente dalla temperatura. L'energia termica da fornire al componente metallico è quindi valutabile come segue:

$$Q_{if} = m_m \Delta h_{if} = m_m \int_{T_i}^{T_f} c_m dT = m_m c_m (T_f - T_i) = 3.4 \cdot 480 \cdot (640 - 27) = 1.00 \cdot 10^6 \text{ J} = 1.00 \text{ MJ}$$

– Commenti

Valutare una differenza di temperatura in celsius o in kelvin produce lo stesso risultato.

In effetti, si poteva più convenientemente sfruttare il primo principio della termodinamica formulato in termini di variazione di energia interna:

$$\Delta U_{if} = Q_{if} - \int_{V_i}^{V_f} p dV$$

Essendo la lega metallica incomprimibile, l'integrale a secondo membro è nullo ($V = \text{cost}$) e l'energia interna dipende solo dalla temperatura, quindi

$$c_m = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_{v=\text{cost}} \equiv \frac{du}{dT} \Rightarrow du = c_m dT$$

da cui

$$Q_{if} = \Delta U_{if} = m_m \Delta u_{if} = m_m \int_{T_i}^{T_f} c_m dT = m_m c_m (T_f - T_i)$$

Si noti che il risultato è in effetti valido anche per un processo non isobaro.

C.XI. Calore specifico di solidi e liquidi– Problema

Si consideri il manufatto in lega metallica di cui al problema precedente, caratterizzato da massa 3.4 kg e calore specifico 480 J/(kg·°C). Il trattamento termico a cui deve essere sottoposto prevede che, dopo essere stato portato alla temperatura di 640°C, il manufatto venga immerso repentinamente in una vasca che contiene 220 L di un olio speciale, resistente alle alte temperature. Sapendo che la densità e il calore specifico dell'olio suddetto sono rispettivamente pari a 950 kg/m³ e 2600 J/(kg·°C), e che la sua temperatura iniziale è uguale a quella ambiente, pari a 27°C, determinare la temperatura finale del bagno, alla quale manufatto ed olio sono in equilibrio termico. Si trascurino la capacità termica delle pareti della vasca ed il calore scambiato attraverso di esse.

– ati

$$m_m = 3.4 \text{ kg}$$

$$c_m = 480 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}$$

$$T_m = 640\text{°C}$$

$$V_o = 220 \text{ L} = 0.220 \text{ m}^3$$

$$\rho_o = 950 \text{ kg/m}^3$$

$$c_o = 2600 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}$$

$$T_o = 27\text{°C}$$

– Determinare

Temperatura finale del bagno (T_b).

– Ipotesi

Proprietà indipendenti dalla temperatura, trasformazione isobara, pareti della vasca adiabatiche e con capacità termica nulla.

– *Soluzione*

La massa di olio nella vasca è pari a:

$$m_o = \rho_o V_o = 209 \text{ kg}$$

Poiché la vasca è aperta all'atmosfera, le trasformazioni al suo interno sono isobare. Inoltre, non viene scambiata con l'esterno né materia, né energia (si sono assunte adiabatiche le pareti). Ne consegue che l'entalpia finale del sistema manufatto-olio debba essere identica a quella iniziale:

$$\Delta H = Q + \int_{P_i}^{P_f} V dp = 0$$

Inoltre, l'entalpia che l'olio acquisisce (in termini di calore sensibile, durante il riscaldamento dalla temperatura iniziale T_o a quella finale T_b , incognita) deve essere in valore assoluto pari a quella che il manufatto cede (sempre in termini di calore sensibile, durante il raffreddamento dalla temperatura iniziale T_m a quella finale T_b , che per l'equilibrio termico è uguale a quella finale dell'olio). In formule, si deve avere che:

$$\Delta H = \Delta H_o + \Delta H_m = 0 \Rightarrow \Delta H_o = -\Delta H_m$$

ovvero

$$m_o c_o (T_b - T_o) = -m_m c_m (T_b - T_m)$$

Risolvendo l'equazione rispetto all'unica incognita, la temperatura finale T_b , si ottiene:

$$T_b = \frac{m_o c_o T_o + m_m c_m T_m}{m_o c_o + m_m c_m} = 28.8^\circ\text{C}$$

– *Commenti*

In virtù della notevole quantità di olio impiegata, la temperatura finale del bagno rimane pressoché invariata, come è desiderabile che sia.

Anche in questo caso, si poteva più convenientemente sfruttare il primo principio della termodinamica formulato in termini di variazione di energia interna:

$$\Delta U = Q - \int_{V_i}^{V_f} p dV$$

Essendo la lega metallica incomprimibile, l'integrale a secondo membro è nullo ($V = \text{cost}$). Inoltre, non viene scambiata energia termica con l'esterno, cioè $Q = 0$. Si ha quindi:

$$\Delta U = \Delta U_o + \Delta U_m = 0$$

L'energia interna dipende solo dalla temperatura, perciò

$$c_m = \left. \frac{\partial u_m}{\partial T} \right|_{v=\text{cost}} \equiv \frac{du_m}{dT} \Rightarrow du_m = c_m dT$$

$$c_o = \left. \frac{\partial u_o}{\partial T} \right|_{v=\text{cost}} \equiv \frac{du_o}{dT} \Rightarrow du_o = c_o dT$$

da cui

$$m_o \Delta u_o + m_m \Delta u_m = m_o \int_{T_o}^{T_b} c_o dT + m_m \int_{T_m}^{T_b} c_m dT = m_o c_o (T_b - T_o) + m_m c_m (T_b - T_m) = 0$$

La relazione, risolta rispetto a T_b , riporta al medesimo risultato precedentemente ottenuto, che in effetti è valido anche per un processo non isobaro.

C.XII. Calore specifico di solidi e liquidi e calore latente di fusione: FDR– Problema

Tra le varie prove di omologazione che devono essere superate da un flight data recorder (FDR) per aeromobili, comunemente detto “scatola nera”, vi è la prova a fuoco. Questa prevede che i dispositivi in cui sono memorizzati i dati acquisiti durante il volo rimangano indenni dopo che l’FDR è stato sottoposto ad un flusso termico notevole per un periodo di tempo molto lungo, ad esempio 10 kW/m^2 per 30 minuti, tipicamente utilizzando bruciatori a fiamma. Si tratta di una prova assai gravosa, che può essere superata solo annegando l’elettronica in una cera o in un altro materiale per accumulo termico a cambiamento di fase, in grado di assorbire la maggiore parte del calore fondendo a bassa temperatura, cioè in termini di calore latente di fusione, e rimanendo poi chimicamente stabile fino a temperatura relativamente elevata.

L’FDR in esame presenta sviluppo superficiale esterno (area delle superfici esposte all’aria e investite dal flusso termico durante la prova a fuoco) pari a 0.22 m^2 , temperatura di esercizio 25°C , ed impiega componenti elettroniche in grado di sostenere indenni temperature fino a 120°C . L’elettronica, la cui capacità termica può trascurarsi in favore di sicurezza, viene annegata in una cera che presenta calore specifico $1.8 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ in fase solida e $2.5 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ in fase liquida, temperatura di fusione/solidificazione 105°C e calore latente di fusione/solidificazione 242 kJ/kg . Determinare la massa minima di cera teoricamente necessaria a superare la prova a fuoco.

– Dati

$$q'' = 10 \text{ kW/m}^2 = 10 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\Delta t_{\text{if}} = 30 \text{ min} = 1800 \text{ s}$$

$$A = 0.22 \text{ m}^2$$

$$T_i = 25^\circ\text{C}$$

$$T_f \equiv T_{\text{max}} = 120^\circ\text{C}$$

$$c_s = 1.8 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C}) = 1.8 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$$

$$c_l = 2.5 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C}) = 2.5 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$$

$$T_{\text{sl}} = 105^\circ\text{C}$$

$$\Delta h_{\text{sl}} = 242 \text{ kJ/kg} = 242 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

– Determinare

Massa minima della cera (m_c).

– Ipotesi

Proprietà indipendenti dalla temperatura.

– Soluzione

Assumendo che il flusso termico interessi tutta la superficie esterna A del flight data recorder e che si mantenga costante per tutto il periodo temporale considerato Δt_{if} (ciò va in realtà in favore di sicurezza poiché il flusso termico tende a diminuire con l’inevitabile aumentare della temperatura superficiale esterna), l’energia termica complessivamente apportata durante la prova a fuoco vale:

$$Q_{if} \equiv q'' A \Delta t_{if} = 10 \cdot 10^3 \cdot 0.22 \cdot 1800 = 3'960'000 \text{ J} = 3.96 \text{ MJ}$$

Il sistema deve essere congegnato in modo da non incorrere in surriscaldamenti dell'elettronica. Come già detto, ciò può essere ottenuto annegando l'elettronica in una massa m_c di cera in grado di accumulare l'apporto energetico senza superare la temperatura massima ammissibile.

Il riscaldamento subito dalla cera avviene a pressione pressoché costante, dato che sono generalmente previste aperture di sfogo dei gas eventualmente liberati. Gli scambi di materia con l'esterno sono peraltro limitati all'espulsione delle fasi gassose e si possono generalmente considerare trascurabili. Sulla base del primo principio della termodinamica si può quindi asserire che l'energia termica apportata al sistema vada interamente ad incrementare l'entalpia della cera:

$$\Delta H_{if} = Q_{if}$$

ovvero, per unità di massa di cera,

$$\Delta h_{if} = \Delta H_{if} / m_c = Q_{if} / m_c$$

Avendo poi assunto che i calori specifici delle varie fasi (solida e liquida) della cera protettiva siano indipendenti dalla temperatura, la variazione di entalpia che l'unità di massa di cera subisce per portarsi dalla temperatura iniziale di 25°C (valore di esercizio) alla temperatura finale di 120°C (valore massimo ammissibile dall'elettronica) è:

$$\Delta h_{if} = c_s (T_{sl} - T_i) + \Delta h_{sl} + c_l (T_f - T_{sl}) = 423'500 \text{ J/kg}$$

In definitiva, la minima massa di cera in cui annegare l'elettronica è pari al rapporto tra energia termica complessivamente apportata e energia termica assorbita dall'unità di massa di cera:

$$m_c = \frac{\Delta H_{if}}{\Delta h_{if}} = \frac{Q_{if}}{\Delta h_{if}} = \frac{3'960'000}{423'500} = 9.35 \text{ kg}$$

– Commenti

In corrispondenza degli spigoli si verificano flussi termici maggiori che altrove. Occorre perciò aumentare localmente lo spessore dello strato di cera protettiva, oppure, come è prassi nel settore, adottare geometrie che non prevedano spigoli, cioè involucri cilindrici o sferici.

Poiché il fronte di fusione si propaga dall'esterno verso l'interno, la temperatura dell'elettronica aumenterà al più fino alla temperatura di fusione della cera fintantoché tutto intorno sarà presente uno strato di cera non ancora liquefatta.

In favore di sicurezza, si può assumere che la cera liquefatta venga immediatamente persa (ad esempio, a causa di fratture dell'involucro esterno dell'FDR) e, quindi, trascurare il calore sensibile accumulabile dalla fase liquida. La variazione di entalpia che l'unità di massa di cera subisce per portarsi dalla temperatura iniziale di 25°C (valore di esercizio) alla temperatura di fusione di 105°C e poi fondersi completamente diventa così:

$$\Delta h'_{if} = c_s (T_{sl} - T_i) + \Delta h_{sl} = 386'000 \text{ J/kg}$$

La minima massa di cera in cui annegare l'elettronica risulta pari a:

$$m'_c = \frac{Q_{if}}{\Delta h'_{if}} = \frac{3'960'000}{386'000} = 10.26 \text{ kg}$$

Si noti che la maggior parte del calore è assorbito dal processo di fusione della cera:

$$\frac{\Delta h_{sl}}{\Delta h_{if}} = \frac{242'000}{423'500} = 0.57 = 57\% \quad \text{oppure} \quad \frac{\Delta h_{sl}}{\Delta h'_{if}} = \frac{242'000}{386'000} = 0.63 = 63\%$$

Per accumulare la stessa quantità di energia termica smaltibile mediante la cera, si può pensare di annegare l'elettronica una massa di metallo, ad esempio un acciaio, caratterizzato da calore specifico $c_m \approx 500 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$. La variazione di entalpia che l'unità di massa di metallo subisce per portarsi dalla temperatura iniziale di 25°C (valore di esercizio) alla temperatura finale di 120°C (valore massimo ammissibile dall'elettronica) è pari a:

$$\Delta h_m = c_m (T_f - T_i) = 47'500 \text{ J/kg}$$

La minima massa di metallo da utilizzare risulta così pari a:

$$m_m = \frac{Q_{if}}{\Delta h_m} = \frac{3'960'000}{47'500} = 83.4 \text{ kg}$$

C.XIII. Calore specifico di solidi e liquidi e calore latente di fusione: bibita con ghiaccio

– Problema

In un recipiente non sigillato che contiene 20 cL di una bibita a base acqua, inizialmente a temperatura ambiente pari a 30°C , viene inserita una massa di 21 g di ghiaccio a -12°C che, dopo un certo tempo, si liquefa completamente. La densità iniziale della fase liquida è pari a 1 kg/L. Il calore specifico della bibita vale $2.040 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ per la fase solida e $4.190 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ per la fase liquida. La transizione solido-liquido ha luogo a 0°C ed il calore latente di liquefazione ad essa associato è pari a 334 kJ/kg . Trascurando la capacità termica della piccola massa di aria che è inevitabilmente presente nel recipiente ed assumendo che le pareti del recipiente siano termicamente isolate, determinare la temperatura finale di equilibrio della bibita.

– Dati

$$V_l = 20 \text{ cL} = 0.20 \text{ L} = 2.00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$T_l = 30^\circ\text{C}$$

$$m_s = 21 \text{ g} = 0.021 \text{ kg}$$

$$T_s = -12^\circ\text{C}$$

$$\rho_l = 1.00 \text{ kg/L} = 1.00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$c_s = 2.040 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C}) = 2040 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$$

$$c_l = 4.190 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C}) = 4190 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$$

$$\Delta h_{sl} = 334 \text{ kJ/kg} = 334 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$T_{sl} = 0^\circ\text{C}$$

– Determinare

Temperatura finale di equilibrio (T_f).

– Ipotesi

Proprietà indipendenti dalla temperatura, pareti del recipiente adiabatiche, capacità termica dell'aria nel recipiente trascurabile, equilibrio termico finale.

– *Soluzione*

Poiché il recipiente è aperto all'atmosfera, le trasformazioni al suo interno sono isobare. Inoltre, non viene scambiata con l'esterno né materia, né energia. Pertanto, l'entalpia finale del sistema bibita-ghiaccio deve essere identica a quella iniziale:

$$\Delta H = Q + \int_{P_i}^{P_f} V dp = 0$$

Ne consegue che l'entalpia acquisita dal ghiaccio (in termini di calore sensibile durante il riscaldamento dalla temperatura iniziale T_s a quella di fusione T_{sl} , di calore latente di fusione durante la transizione di fase e, infine, di calore sensibile durante il riscaldamento dalla temperatura di fusione T_{sl} a quella finale della fase liquida T_f , incognita) deve essere in valore assoluto pari all'entalpia ceduta dal liquido (in termini di calore sensibile di raffreddamento dalla temperatura iniziale T_1 a quella finale T_f , che, in virtù dell'equilibrio termico, è uguale a quella finale del ghiaccio liquefatto). In formule, si deve avere che:

$$\Delta H = \Delta H_s + \Delta H_l = 0 \Rightarrow \Delta H_s = -\Delta H_l$$

ovvero

$$m_s [c_1 (T_f - T_{sl}) + \Delta h_{sl} + c_s (T_{sl} - T_s)] = -m_l c_1 (T_f - T_1)$$

Risolviendo l'equazione rispetto all'unica incognita, la temperatura finale T_f , si ottiene:

$$T_f = \frac{m_l c_1 T_1 + m_s c_s T_s + m_s c_1 T_{sl} - m_s c_s T_{sl} - m_s \Delta h_{sl}}{m_l c_1 + m_s c_1} = 19.0^\circ\text{C}$$

– *Commenti*

L'ipotesi di adiabaticità delle pareti è in realtà piuttosto forte, specie se il recipiente presenta pareti sottili in materiale plastico, vetroso o metallico e non è chiuso superiormente da un coperchio. Il risultato è quindi da considerarsi accettabile solo in prima approssimazione.

Se si introducessero nel recipiente anche 5 g di zucchero, caratterizzato da calore specifico $c_z = 1.3 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ e temperatura iniziale uguale a quella della bibita (30°C), si otterrebbe che:

$$\Delta H = \Delta H_s + \Delta H_l + \Delta H_z = 0 \Rightarrow \Delta H_s = -\Delta H_l - \Delta H_z$$

ovvero

$$m_s [c_1 (T_f - T_{sl}) + q_{sl} + c_s (T_{sl} - T_s)] = -(m_l c_1 + m_z c_z) (T_f - T_1)$$

Risolviendo l'equazione rispetto all'unica incognita, la temperatura finale T_f , si ottiene:

$$T_f = \frac{(m_l c_1 + m_z c_z) T_1 + m_s c_s T_s + m_s c_1 T_{sl} - m_s c_s T_{sl} - m_s \Delta h_{sl}}{m_l c_1 + m_z c_z + m_s c_1} = 19.1^\circ\text{C}$$

La variazione rispetto al risultato precedente è pressoché trascurabile.